第 1 回 連続体の記述 (と運動方程式)
4 月 14 日

本日の内容

Part1　流体力学の基本概念と運動方程式
　　流体力学の考え方の核の部分を学ぶ

1-1.　連続体とは？
　　ものの巨視的な運動を記述するためには連続体という方法がある

1-2.　流体 (連続体) の記述 (Lagrange 流の表現と Euler 流の表現)
　　座標 (独立変数) の取り方には 2 つのやり方がある。
　　流体においては、ふつう Euler 流の表現を使う

1-3.　流体力学の方程式系の概観
　　流体の力学では、質点の力学よりたくさんの方程式を使うのはなぜ？

1-4.　流体力学の基礎方程式系の導出法
　　流体力学の方程式を導くには大きく 4 つのやり方がある

1-5.　流体に固定した無限小体積を検査体積とした場合の運動方程式の導出
　　流体力学における運動方程式の形を導く

本日のレポート問題

締切： 4 月 18 日 (金) 昼

これらの問題は、今回か次回に学習することの理解に役立ちます。

[問題 1.1] $\Delta a, \Delta b$ が微小なとき、

$$f(a+\Delta a, b+\Delta b) = f(a,b) + \frac{\partial f}{\partial a}(a,b)\Delta a + \frac{\partial f}{\partial b}(a,b)\Delta b + o(\Delta a, \Delta b) \tag{1}$$

であることを偏微分の定義から導け (それほど数学的な厳密さを要求しない。物理屋が十分納得できる程度で良い。)。

[問題 1.2] 簡単な 1 次元波動方程式

$$\frac{\partial F}{\partial t} + c\frac{\partial F}{\partial x} = 0 \tag{2}$$

(ただし、c は定数) の一般解を以下のようにして求めよ。

(i) 止まっている系における時間を t として、その系での時間に対する偏微分が

$$\frac{\partial}{\partial t} \tag{3}$$

であるとする。これに対して速さ c で x 軸の正の方向に動いている系での時間を τ とすると、その系での時間に対する偏微分が

$$\frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial t} + c\frac{\partial}{\partial x} \tag{4}$$

となることを、直接的に変数変換によって示せ (単なるガリレイ変換)。このことから、式 (**??**) は、その動いている系から見ると

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = 0 \tag{5}$$

と表される。

(ii) このことから、式 (**??**) の一般解が

$$F = f(x - ct) \tag{6}$$

(ただし、f は任意関数) と表されることを示せ。