第 8 回　Reynolds 数、一方向の定常流、浸透流
6 月 16 日

本日の内容

0-1.　前回のレポートについて
　　p^* の意味、圧力境界条件の使い方、自由表面条件の使い方

3-5.　Reynolds 数

$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

3-6.　一方向の定常流

3-6-2.　円筒管内の Poiseuille 流
　　基礎方程式

$$\mu \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = -\beta$$

　　全流量

$$Q = \int_0^a u \cdot 2\pi r dr = \frac{\pi a^4 \beta}{8\mu} = -\frac{dp^*}{dx} \frac{\pi a^4}{8\mu}$$

3-6-3.　浸透流
　　Darcy の法則

$$\boldsymbol{q} = -\frac{K}{\mu} \nabla p^*$$

3-7.　2 次元非圧縮流れの解法の一般論：流線関数 (時間がなければ省略)

本日のレポート問題

締切： 6 月 20 日 (金) 昼

[問題 3.2] 浸透流の問題 : 高いところで降った雨が地下水として低いところへ流れて行く状況を考える。地下に水の流れやすい管状の部分があり、それを伝って水が上から下へ流れて行くと考えよ。

(i) 流路の断面積を A、浸透率を K、水の粘性を μ、水の密度を ρ、重力加速度を g、水の入り口の高さを h_1、出口の高さを h_2、入り口と出口の間の距離を L とするとき、流量 Q が

$$Q = \frac{KA}{\mu L} \rho g \left(h_1 - h_2 \right)$$

と表されることを Darcy の法則 $\boldsymbol{q} = -(K/\mu)\nabla p^*$、もしくはその微視的モデルを元にして説明せよ。とくに、流路が斜めを向いていても、上の式でほぼ正しいことを説明せよ。ただし、管に垂直な断面内での圧力勾配は無視してよい。また、大気の重さも無視して良い。また、浸透率や粘性や密度や重力は一定であるものとする。

(ii) (i) を利用して、高低差 60m、$L = 2$km、$A = 2\text{m}^2$、$Q = 8 \times 10^{-5}$ m^3s^{-1} とするとき、 浸透率はどれほどになるか？その際、水の粘性は自分で調べよ。

(iii) (i) と違って、途中で管状の部分の太さが変わることを考える。はじめの長さ L_1 の間は断面積が A_1、後半の長さ L_2 の間は断面積がが A_2 となるとせよ。このときの流量 Q の表式はどうなるか？ただし、断面積が変わるところで流れの 1 次元性が破れることは無視して良い (断面は L_i に比べると短い距離で変わるが、流路の径に比べると長い距離で変わると思えば良い)

[ヒント ：オームの法則と同じ考え方をすれば良い]