

第10回 エネルギーとエントロピーの式

7月12日

本日の内容

- Part 4 エネルギーとエントロピーの式
エネルギーやエントロピーの式を導いて、一成分の流体力学の基礎方程式系を完成させる
- 4-1. エネルギーの式の位置づけ
 - 4-2. エネルギー保存則 (熱力学第一法則)
 - 4-3. 運動エネルギーの式
 - 4-4. 内部エネルギーの式
 - 4-5. エントロピーの式
 - 4-6. エントロピーの式と熱力学第二法則

流体力学の方程式のまとめ (一成分系、ニュートン流体)

$$\text{質量保存則 (連続の式)} \quad \frac{D\rho}{Dt} = -\rho \operatorname{div} \underline{v}$$

$$\text{運動量保存則 (Navier-Stokes 方程式)} \quad \rho \frac{D\underline{v}}{Dt} = -\operatorname{grad} p + \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}' + \rho \underline{g}$$

$$\text{エントロピーの式} \quad \rho T \frac{Ds}{Dt} = -\operatorname{div} \underline{q} + \underline{\underline{\sigma}}' : \operatorname{grad} \underline{v}$$

$$\text{状態方程式} \quad \rho = \rho(p, T), \quad s = s(p, T)$$

$$\text{構成方程式 (Newton 粘性)} \quad \sigma'_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \operatorname{div} \underline{v} \right) + \zeta \delta_{ij} \operatorname{div} \underline{v}$$

$$\text{構成方程式 (Fourier の法則)} \quad \underline{q} = -k \operatorname{grad} T$$

今後の予定

7/19が休みなので、その補講を7/23(金)に行います。

本日のレポート問題

締切: 7月20日(火)

[問題 4.1] 熱力学の復習問題

(i) 次の Maxwell の関係式を導け

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$$

ただし、 S はエントロピー、 T は温度、 p は圧力、 V は体積である。

(ii) 比熱が一定の 1 mol の理想気体のエントロピー S が温度 T と体積 V の関数として次のように書けることを示せ。

$$S = C_V \ln T + R \ln V$$

ただし、 C_V はモル定積比熱で定数、 R は気体定数とする。