第６回　連続の式

５月 31 日

本日の内容

2-3.　**面要素、体積要素の Lagrange 微分**

体積要素の変化

$$\frac{1}{\delta V}\frac{D\delta V}{Dt} = \mathrm{div}\ \underline{v}$$

面要素の変化

$$\frac{D\delta \underline{S}}{Dt} = \left[(\mathrm{div}\ \underline{v})\ \underline{\underline{I}} - (\mathrm{grad}\ \underline{v})^T\right] \cdot \delta \underline{S}$$

2-4.　**流体に固定した無限小体積を検査体積とした場合の質量保存則の導出**

質量保存則

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \mathrm{div}\underline{v} = 0$$

2-5.　**ここまでのまとめと理想（完全）バロトロピック流体**

2-6.　**内積の Lagrange 微分：変形速度（歪み速度）テンソル、回転テンソル**

$$\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{E}} + \underline{\underline{\Omega}}$$

本日のレポート問題

締切： ６月４日（金）昼

[問題 2.2]　次の２種類の２次元定常速度場を考える。ただし、密度は一定（時間にも場所にもよらない）とする。

(a)

$$v_x = -\kappa y \tag{1}$$
$$v_y = \kappa x \tag{2}$$

ただし、κ は定数である。

(b)

$$v_x = -\kappa \frac{y}{r^2} \tag{3}$$
$$v_y = \kappa \frac{x}{r^2} \tag{4}$$

ただし、κ は定数で、$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ である。(問題 1.3 の流れ)

これらのそれぞれの流れに対し、以下のことを示せ。

(i) 非圧縮であること、すなわち流体要素の体積が不変で $\mathrm{div}\underline{v} = 0$ となることを示せ。このことから、密度が一定の時、連続の式（質量保存則）が満されることがわかる。

(ii) 流線の概形を描け。ただし、複数の流線を描くものとし、流線の間隔は間を流れる流体の流量に反比例させるようにせよ。

(iii) 非粘性、重力なしの運動方程式が満されるための圧力分布を求めよ。

(iv) 歪み速度テンソルと回転テンソルを求めよ。