

# 第12回 エネルギーとエントロピーの式

7月04日

## 本日の内容

- Part 4 エネルギーとエントロピーの式  
エネルギーやエントロピーの式を導いて、一成分の流体力学の基礎方程式系を完成させる
- 4-1. エネルギーの式の位置づけ
  - 4-2. エネルギー保存則 (熱力学第一法則)
  - 4-3. 運動エネルギーの式
  - 4-4. 内部エネルギーの式
  - 4-5. エントロピーの式
  - 4-6. エントロピーの式と熱力学第二法則

## 流体力学の方程式のまとめ (一成分系、ニュートン流体)

|                            |   |
|----------------------------|---|
| 質量保存則 (連続の式)               | $\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \operatorname{div} \underline{v}$   |
| 運動量保存則 (Navier-Stokes 方程式) | $\rho \frac{D\underline{v}}{Dt} = -\operatorname{grad} p + \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}' + \rho \underline{g}$   |
| エントロピーの式                   | $\rho T \frac{Ds}{Dt} = -\operatorname{div} \underline{q} + \underline{\underline{\sigma}}' : \operatorname{grad} \underline{v}$  |
| 状態方程式                      | $\rho = \rho(p, T), \quad s = s(p, T)$  |
| 構成方程式 (Newton 粘性)          | $\sigma'_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \operatorname{div} \underline{v} \right) + \zeta \delta_{ij} \operatorname{div} \underline{v}$ |
| 構成方程式 (Fourier の法則)        | $\underline{q} = -k \operatorname{grad} T$  |

## 本日のレポート問題

締切: 7月08日(金) 午後1時

### [問題 4.1] 熱力学の復習問題

(i) 次の Maxwell の関係式を導け

$$\left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = - \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$
$$\left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$$

ただし、 $S$  はエントロピー、 $T$  は温度、 $p$  は圧力、 $V$  は体積である。

(ii) 比熱が一定の 1 mol の理想気体のエントロピー  $S$  が温度  $T$  と体積  $V$  の関数として次のように書けることを示せ。

$$S = C_V \ln T + R \ln V + \text{const.}$$

ただし、 $C_V$  はモル定積比熱で定数、 $R$  は気体定数とする。