

# 第3回 Lagrange 微分 ( 続き )

4月25日

## 本日の内容

- 1-4. 流体力学の方程式系の概観  
流体の力学では、質点の力学よりもたくさんの方程式を使うのはなぜ？
- 1-5. 流体力学の基礎方程式系の導出法  
流体力学の方程式を導くには大きく4つのやり方がある
- 1-6. 流体に固定した無限小体積を検査体積とした場合の運動方程式の導出 ( 前回 )  
流体力学における運動方程式の形を導く
- 1-7. Lagrange 微分 ( 物質微分 )  
流れに乗ってみた時の微分

$$\frac{D}{Dt} = \mathbf{v} \cdot \nabla$$

- 1-8. 境界面の幾何学的境界条件 ( 省略 )  
境界面の形を  $F(x, y, z, t) = 0$  とすると

$$\frac{DF}{Dt} = 0 \quad (1.8.5)$$

- 1-9. 連続体における力  
運動方程式における力には、応力 ( 面積力 ) と体積力の2種類ある
- 1-10. 重力  
地球科学で最も重要な体積力である重力

## 本日の演習問題

[問題 1.4] 簡単な1次元波動方程式

$$\frac{\partial F}{\partial t} + c \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

(ただし、 $c$  は定数、 $t$  は時間、 $x$  は空間) の一般解が

$$F = f(x - ct) \quad (2)$$

(ただし、 $f$  は任意関数) と表されることを次の手順で示せ。

(i) 今考えている座標系を  $x$  系とする。これに対して速さ  $c$  で  $x$  軸の正の方向に動いている系を  $\xi$  系 ( $\xi$  はその系での空間座標) とするとき、 $x$  と  $\xi$  の関係を式で表せ ( ガリレイ変換 )。

(ii) 元の式 (1) を止めておく変数を明確にして書き直すと、

$$\left( \frac{\partial F}{\partial t} \right)_x + c \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_t = 0 \quad (3)$$

である。この式を  $(\xi, t)$  系で書き直すと

$$\left( \frac{\partial F}{\partial t} \right)_\xi = 0 \quad (4)$$

となることを、直接的に変数変換の公式を使って示せ。

(iii) このことから、式 (1) の一般解が (2) となることを説明せよ。