第６回　変形を表すテンソル、連続の式
5 月 16 日

本日の内容

2-2.　**線素の Lagrange 微分；速度勾配テンソル**
流体中での線素の変化は速度勾配テンソル $\underline{\underline{D}}$ を用いて

$$\frac{D\delta \underline{r}}{Dt} = \underline{\underline{D}} \cdot \delta \underline{r}$$

と表される。

2-3.　**面要素、体積要素の Lagrange 微分**
体積要素の変化

$$\frac{1}{\delta V}\frac{D\delta V}{Dt} = \mathrm{div}\ \underline{v}$$

面要素の変化

$$\frac{D\delta \underline{S}}{Dt} = \left[(\mathrm{div}\ \underline{v})\,\underline{\underline{I}} - (\mathrm{grad}\ \underline{v})^T\right] \cdot \delta \underline{S}$$

2-4.　**流体に固定した無限小体積を検査体積とした場合の質量保存則の導出**
質量保存則

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \mathrm{div}\underline{v} = 0$$

2-5.　**ここまでのまとめと理想（完全）バロトロピック流体**

2-6.　**内積の Lagrange 微分：変形速度（歪み速度）テンソル、回転テンソル**

$$\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{E}} + \underline{\underline{\Omega}}$$

休講予定

来週 (5/23) は休講です。

本日のレポート問題

締切： 5 月 27 日（金） 昼（午後 1 時）

[問題 2.2] 次の３次元定常速度場を考える。

$$v_x = V\frac{x}{r^{n+1}} \tag{1}$$
$$v_y = V\frac{y}{r^{n+1}} \tag{2}$$
$$v_z = V\frac{z}{r^{n+1}} \tag{3}$$

ただし、V と n は正の定数で、$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ である。この流れは原点では発散するので、以下、原点とその近傍は考えないことにする（原点とその近傍で何が起っているかは問わない）。

この流れに対し、以下の問いに答えよ。

(i) 流体の密度 ρ が一定（時間にも場所にもよらない）とする。このときは流れが非発散条件 $\mathrm{div}\underline{v} = 0$ を満たさなければならないことから n の値を定めよ。

(ii) (i) のとき、速度ベクトルと流線の概要を図示せよ。

(iii) (i) のとき、加速度 $\frac{Dv}{Dt}$ を計算せよ。

(iv) (i),(iii) のとき、運動方程式が満たされるような圧力分布を求めよ。ただし、応力は圧力のみとし（理想流体）、重力は無いものとせよ。