

第7回 変形を表すテンソル、流線関数

5月30日

本日の内容

- 2-3. 面要素、体積要素の Lagrange 微分 (やり残し)
面要素の変化

$$\frac{D\delta S}{Dt} = [(\operatorname{div} \underline{v}) \underline{I} - (\operatorname{grad} \underline{v})^T] \cdot \delta \underline{S}$$

- 2-6. 内積の Lagrange 微分 : 変形速度 (歪み速度) テンソル、回転テンソル

$$\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{E}} + \underline{\underline{\Omega}}$$

- 2-7. 渦度と理想流体の渦度方程式、渦度保存則

- 2-8. 2次元非圧縮流れにおける流線関数

本日のレポート問題

締切 : 6月3日 (金) 昼 (午後 1 時)

[問題 2.2] 次の 3 通りの 2 次元非圧縮流のそれぞれについて以下の問いに答えよ。

(a)

$$v_x = V \frac{x}{r^2} \tag{1}$$

$$v_y = V \frac{y}{r^2} \tag{2}$$

ただし、 V は正の定数で、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ である。この流れは原点では発散するので、原点とその近傍は考えないことにする (原点とその近傍で何が起っているかは問わない)。

(b)

$$v_x = -\Omega y \tag{3}$$

$$v_y = \Omega x \tag{4}$$

ただし、 Ω は正の定数である。

(c)

$$v_x = -Ax \tag{5}$$

$$v_y = Ay \tag{6}$$

ただし、 A は正の定数である。

これらの流れのそれぞれに対し、以下の問いに答えよ。

(i) これらの流れが非発散 $\operatorname{div} \underline{v} = 0$ であることを確かめよ。

(ii) これらの流れの歪み速度テンソルと回転テンソルとを計算せよ。

(iii) これらの流れの流線関数を求め、その等値線 (すなわち流線) の概形を描け。流線上で流れの方向も矢印で示しておくこと。