

# 第8回 粘性流体、ナビエ・ストークス方程式

6月6日

## 本日の内容

### Part 3 粘性流体の基礎と簡単な流れ

ここでは内部摩擦のある流れの基礎方程式を導き、簡単な流れの解き方の例をいくつか示す

#### 3-1. 粘性応力

$$\sigma'_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \operatorname{div} \mathbf{v} \right) + \zeta \delta_{ij} \operatorname{div} \mathbf{v}$$

#### 3-2. Navier-Stokes 方程式

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \operatorname{div} \mathbf{v} \right) + \zeta \delta_{ij} \operatorname{div} \mathbf{v} \right] + \rho g_i$$

#### 3-3. 非圧縮性流体の Navier-Stokes 方程式

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0 \\ \frac{D\mathbf{v}}{Dt} &= -\operatorname{grad} \left( \frac{p}{\rho} \right) + \nu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{g} \end{aligned}$$

#### 3-4. 境界条件

case1) 考えている流体が容器や壁などの物体に接しているとき、物体が静止していれば

$$\underline{v} = \underline{0}$$

物体が速度  $\underline{v}_s$  で動いていれば

$$\underline{v} = \underline{v}_s$$

case2) 混じり合わない二つの流体が接している場合は  
2つの流体の速度が等しく

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_2$$

応力が連続

$$(\underline{\sigma}_1 - \underline{\sigma}_2) \cdot \underline{n} = 0$$

case3) 自由表面では

$$\underline{\sigma} \cdot \underline{n} = 0$$

#### 3-5. Reynolds 数

$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

## 本日のレポート問題

私が多忙のため本日はレポートを課さない