

第11回 エネルギーとエントロピーの式

6月26日

本日の内容

- Part 4 エネルギーとエントロピーの式
エネルギーやエントロピーの式を導いて、一成分の流体力学の基礎方程式系を完成させる
- 4-1. エネルギーの式の位置づけ
 - 4-2. エネルギー保存則 (熱力学第一法則)
 - 4-3. 運動エネルギーの式
 - 4-4. 内部エネルギーの式
 - 4-5. エントロピーの式
 - 4-6. エントロピーの式と熱力学第二法則

流体力学の方程式のまとめ (一成分系、ニュートン流体)

質量保存則 (連続の式)	$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \operatorname{div} \underline{v}$
運動量保存則 (Navier-Stokes 方程式)	$\rho \frac{D\underline{v}}{Dt} = -\operatorname{grad} p + \operatorname{div} \underline{\sigma}' + \rho \underline{g}$
エントロピーの式	$\rho T \frac{Ds}{Dt} = -\operatorname{div} \underline{q} + \underline{\sigma}' : \operatorname{grad} \underline{v}$
状態方程式	$\rho = \rho(p, T), \quad s = s(p, T)$
構成方程式 (Newton 粘性)	$\sigma'_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \operatorname{div} \underline{v} \right) + \zeta \delta_{ij} \operatorname{div} \underline{v}$
構成方程式 (Fourier の法則)	$\underline{q} = -k \operatorname{grad} T$

本日のレポート問題

締切: 6月30日(金) 午後1時

[問題 4.1] 熱力学の復習問題

(i) 次の Maxwell の関係式を導け

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$
$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$$

ただし、 S はエントロピー、 T は温度、 p は圧力、 V は体積である。

(ii) 比熱が一定の 1 mol の理想気体のエントロピー S が温度 T と体積 V の関数として次のように書けることを示せ (状態方程式と比熱が与えられたときにエントロピーを求める問題)。

$$S = C_V \ln T + R \ln V + \text{const.}$$

ただし、 C_V はモル定積比熱で定数、 R は気体定数とする。