

第6回 変形を表すテンソル、連続の式

5月22日

本日の内容

- 2-2. 面要素、体積要素の Lagrange 微分
体積要素の変化

$$\frac{1}{\delta V} \frac{D\delta V}{Dt} = \text{div } \underline{v}$$

面要素の変化

$$\frac{D\delta \underline{S}}{Dt} = [(\text{div } \underline{v}) \underline{I} - (\text{grad } \underline{v})^T] \cdot \delta \underline{S}$$

- 2-3. 流体に固定した無限小体積を検査体積とした場合の質量保存則の導出
質量保存則

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \text{div } \underline{v} = 0$$

- 2-4. ここまでのまとめと理想(完全)バトロピック流体
2-5. 内積の Lagrange 微分: 変形速度(歪み速度)テンソル、回転テンソル

$$\underline{D} = \underline{E} + \underline{\Omega}$$

- 2-6. 渦度(と理想流体の渦度方程式、渦度保存則)

$$\underline{\omega} = \text{rot } \underline{v}$$

- 2-7. 流線、2次元非圧縮流れにおける流線関数
2-8. 流線、流跡線、流脈線
流れを線で表現する方法

本日のレポート問題

締切: 5月26日(金) 昼(午後1時)

[問題 2.1] 次の3次元定常速度場を考える。

$$v_x = V \frac{x}{r^{n+1}} \tag{1}$$

$$v_y = V \frac{y}{r^{n+1}} \tag{2}$$

$$v_z = V \frac{z}{r^{n+1}} \tag{3}$$

ただし、 V と n は正の定数で、 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ である。この流れは原点では発散するので、以下、原点とその近傍は考えないことにする(原点とその近傍で何が起っているかは問わない)。

この流れに対し、以下の問いに答えよ。

(i) 流体の密度 ρ が一定(時間にも場所にもよらない)とする。このときは流れが非発散条件 $\text{div } \underline{v} = 0$ を満たさなければならないことから n の値を定めよ。

(ii) (i) のとき、速度ベクトルと流線の概要を図示せよ。

(iii) (i) のとき、加速度 $\frac{D\underline{v}}{Dt}$ を計算せよ。

(iv) (i),(iii) のとき、運動方程式が満たされるような圧力分布を求めよ。ただし、応力は圧力のみとし(理想流体) 重力は無いものとせよ。