

## 第2回 Lagrange 微分

4月23日

### 本日の内容

- 1-4. 流体（連続体）の記述（Lagrange 流の表現と Euler 流の表現）  
座標（独立変数）の取り方には2つのやり方がある。  
流体においては、ふつう Euler 流の表現を使う。
- 1-5. 流体力学の方程式系の概観  
流体の力学では、質点の力学よりもたくさんの方程式を使うのはなぜ？
- 1-6. 流体力学の基礎方程式系の導出法  
流体力学の方程式を導くには大きく4つのやり方がある
- 1-7. 流体に固定した無限小体積を検査体積とした場合の運動方程式の導出  
流体力学における運動方程式の形を導く
- 1-8. Lagrange 微分（物質微分）  
流れに乗ってみた時の微分

$$\frac{D}{Dt} = \mathbf{v} \cdot \nabla$$

- 1-9. 境界面の幾何学的境界条件（時間によっては省略）  
境界面の形を  $F(x, y, z, t) = 0$  とすると

$$\frac{DF}{Dt} = 0$$

### 本日のレポート問題

締切：5月2日（水）夕方

[問題 1.2] 次の偏微分の関係式を導け。まず、 $f$  は  $x$  と  $y$  の関数であるとする。変数変換  $z = z(x, y)$  により  $f$  は  $x$  と  $z$  の関数ともみなせるとする。そのとき、

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_z + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \quad (1)$$

が成り立つ。（ヒント：答え方はいろいろある。偏微分の定義に戻っても良いし、そうでなくても良い。熱力学の復習。）

[問題 1.3] 次の2次元速度場  $\mathbf{v}$  を矢印を用いて図示せよ（手書きでも計算機を使ってくれても良い）。また加速度  $\frac{D\mathbf{v}}{Dt}$  を計算し、同じ図上に矢印で示せ。

$$v_x = -\sqrt{\frac{GM}{r}} \frac{y}{r} \quad (2)$$

$$v_y = \sqrt{\frac{GM}{r}} \frac{x}{r} \quad (3)$$

ただし、 $G, M$  は定数で、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  である。常識的に流れの概略が分かるに足るだけの十分な数の代表点で矢印を描くこと。