第５回　変形を表すテンソル、質量保存則

5 月 19 日

本日の内容

Part2　**流れの幾何学と連続の式**

流れの幾何学的な記述と、それに関連して連続の式を学ぶ

2-1.　**線素の Lagrange 微分；速度勾配テンソル**

流体中での線素の変化は速度勾配テンソル $\underline{\underline{D}}$ を用いて

$$\frac{D\delta\underline{r}}{Dt} = \underline{\underline{D}} \cdot \delta\underline{r}$$

と表される。

2-2.　**面要素、体積要素の Lagrange 微分**

体積要素の変化

$$\frac{1}{\delta V}\frac{D\delta V}{Dt} = \mathrm{div}\ \underline{v}$$

面要素の変化

$$\frac{D\delta\underline{S}}{Dt} = \left[(\mathrm{div}\ \underline{v})\,\underline{\underline{I}} - (\mathrm{grad}\ \underline{v})^T\right] \cdot \delta\underline{S}$$

2-3.　**流体に固定した無限小体積を検査体積とした場合の質量保存則の導出**

質量保存則

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\mathrm{div}\underline{v} = 0$$

2-4.　**ここまでのまとめと理想（完全）バロトロピック流体**

2-5.　**内積の Lagrange 微分：変形速度（歪み速度）テンソル、回転テンソル**

$$\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{E}} + \underline{\underline{\Omega}}$$

休講予定

来週 (5/26) は休講です。

本日のレポート問題

締切： 5 月 30 日（金） 午後１時

[問題 1.6]　**法線応力と接線応力**

２次元の場で応力テンソルが

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \quad (1)$$

で表されるものとする。

このとき、法線ベクトルが

$$\underline{n} = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \quad (2)$$

で表される面を考える。

(i) この面に関する法線応力と接線応力を求めよ。符号はどう取っても良いが、符号をどう定義したかを明記せよ。

(ii) 接線応力が 0 になるような角度 θ を求めよ。