第 7 回　流線関数, 粘性応力, Navier-Stokes 方程式

6 月 9 日

本日の内容

2-8.　**２次元非圧縮流れにおける流線関数**

Part 3　**粘性流体の基礎と簡単な流れ**

ここでは内部摩擦のある流れの基礎方程式を導き、簡単な流れの解き方の例をいくつか示す

3-1.　**粘性応力**

$$\sigma'_{ij} = \mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\mathrm{div}\boldsymbol{v}\right) + \zeta\delta_{ij}\mathrm{div}\boldsymbol{v}$$

3-2.　Navier-Stokes **方程式**

$$\rho\frac{Dv_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\mathrm{div}\boldsymbol{v}\right) + \zeta\delta_{ij}\mathrm{div}\boldsymbol{v}\right] + \rho g_i$$

3-3.　**非圧縮性流体の** Navier-Stokes **方程式**

$$\begin{aligned} \mathrm{div}\boldsymbol{v} &= 0 \\ \frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} &= -\mathrm{grad}\left(\frac{p}{\rho}\right) + \nu\triangle\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} \end{aligned}$$

本日のレポート 問題

締切：6 **月** 13 **日（金） 午後１時**

[**問題** 2.1]　**流線、理想流体**

次の２次元非圧縮流（密度は ρ_0 **で一定とする）について以下の問いに答えよ。**

$$v_x = -Ax \tag{1}$$

$$v_y = Ay \tag{2}$$

ただし、A **は正の定数である。**

(i) **この流れが非発散** $\mathrm{div}\underline{v} = 0$ **であることを確かめよ。**

(ii) **この流れの歪み速度テンソルと回転テンソルとを計算せよ。**

(iii) **この流れの流線関数を求め、その等値線（すなわち流線）の概形を描け。流線関数の値が異なる複数の流線を描くこと。そして、流線上で流れの方向も矢印で示しておくこと。**

(iv) **この流れの加速度** $D\underline{v}/Dt$ **を計算せよ。**

(v) **この流れが運動方程式を満たすように圧力分布を求めよ。ただし、応力は圧力のみとし（理想流体)、重力はないものとせよ。**