

第3回 気体の状態方程式、偏微分

10月16日

本日の内容

Chapter 2 状態方程式

2-5. 密度 (教科書1の2.3、教科書2の2.2)

Chapter 3 偏微分の使い方

3-1. 偏微分の定義 (教科書1の3.1、教科書2のA.1)

3-2. 関数の展開 (教科書1の3.1、教科書2のA.2)

3-3. 偏微分の関係式 (教科書1の3.1、教科書2のA.3)

3-4. 完全微分 (教科書1の3.2)

本日のレポート問題

締切: 10月20日(火) 午後7時 理学館203-2号室前

[問題 3.1] 偏微分の練習 1

次の関数 $z(x, y)$ に対して、 $(\partial z / \partial x)_y$ 、 $(\partial z / \partial y)_x$ を計算せよ。次に、 $z = z(x, y)$ を y について解け (y を x と z の関数と表現する)。その上で、 $(\partial y / \partial x)_z$ を求めよ。その結果、公式

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z \quad (1)$$

が成立することを直接確認せよ。

(1) $z(x, y) = x + y^2$

(2) $z(x, y) = \sqrt{y} \sin x$

[問題 3.2] 偏微分の練習 2

次の関数 $f = f(x, y)$ と $z = z(x, y)$ に対して、 $(\partial f / \partial x)_y$ 、 $(\partial z / \partial x)_y$ を計算せよ。次に、 $z = z(x, y)$ を y について解け (y を x と z の関数と表現する)。それを用いて、 f を x と z の関数として表現した $f = f(x, z)$ を求め、 $(\partial f / \partial x)_z$ 、 $(\partial f / \partial z)_x$ を求めよ。その結果、公式

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_z + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \quad (2)$$

が成立することを直接確認せよ。

(1) $f(x, y) = xy$, $z(x, y) = y - x$

(2) $f(x, y) = ye^{x+y}$, $z(x, y) = x + y$